Universidad Tecnológica Nacional

Facultad Regional Buenos Aires

SEMINARIO UNIVERSITARIO 2024

SEGUNDO PARCIAL - 11/03/2024

Apellido y Nombre: ....

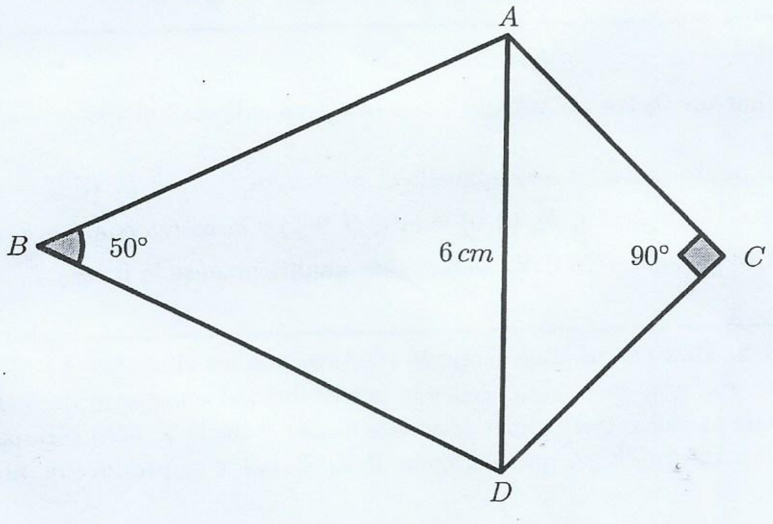
Número de Documento: .... Especialidad:..

TEMA 1

1	2	3	4	5	NOTA

- La duración del examen es de 150 minutos.
- Condición mínima de aprobación (6 puntos): 50% del examen bien resuelto.
- El examen no puede estar resuelto en lápiz.

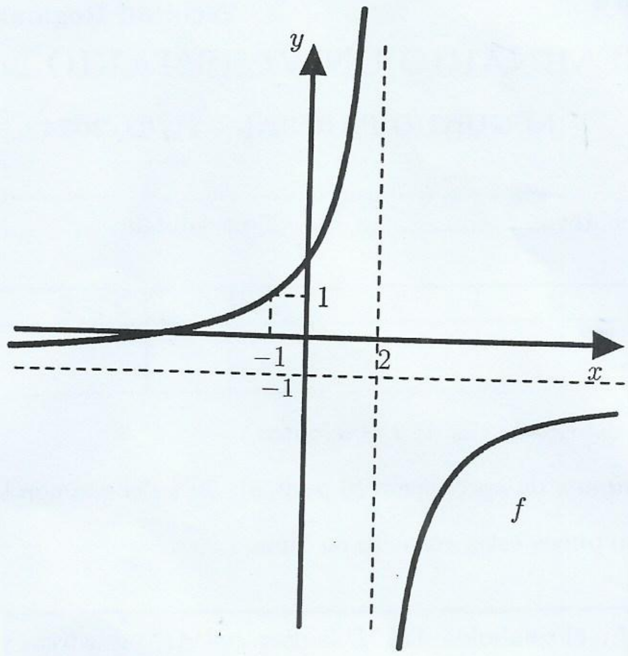
EJERCICIO 1: En el romboide $ABCD$ la diagonal AD mide $6\,cm$ y los ángulos $\angle ABD$ y $\angle ACD$ miden $50°$ y $90°$ respectivamente, tal como se observa en la figura.



Calcular el área del romboide.

EJERCICIO 2: La cantidad $N(t)$ de infectados de cierta enfermedad en una población se expresa por $N(t) = Ae^{bt}$ donde t se expresa en días. Al día 0 había 20 000 infectados en la población y al día 1 había 26 000.¿En qué día habrá 43 940 infectados?

EJERCICIO 3: Sea f la función homográfica cuya gráfica es la siguiente:



y sea $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $g(x) = \log_3 (x^2 + 8)$. Calcular $(g \circ f^{-1})(5)$.

EJERCICIO 4:

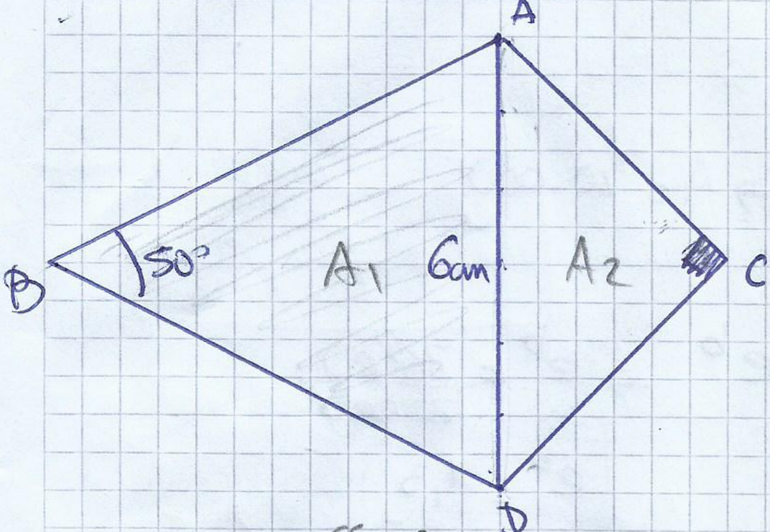
a) Determinar un vector de módulo 1 que sea perpendicular al vector $\vec{v} = (3, -5)$.

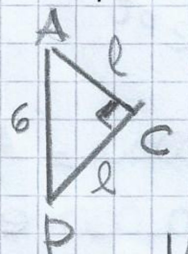
b) Sobre un punto material está aplicado el sistema de fuerzas $\overrightarrow{F_1}\ (0,0) = (\|\ \overrightarrow{F_1}\ \|, \beta^\circ)$, $\overrightarrow{F_2}\ (0,0) = (50\,N, 300^\circ)$, $\overrightarrow{F_3}\ (0,0) = (100\,N, 90^\circ)$ y la fuerza equilibrante del sistema es $\overrightarrow{E}\ (0,0) = (-50, -100)\,N$. Determinar analíticamente la fuerza $\overrightarrow{F_1}$.

EJERCICIO 5: Una vía en línea recta de $1000\,km$ une las ciudades A y B . A una determinada hora un tren sale desde A hacia con velocidad constante de $30\,km/h$. Tres horas después de la salida del primer tren sale desde B hacia A otro tren con velocidad constante igual a $100\,km/h$ ¿A qué distancia de la ciudad A se produce la intersección de ambos trenes?

Seminario. Univ.	2° parcial	Tema 1	HOJA N° 1
			FECHA 11-3-24

① En el romboide ABCD la diagonal AD mide 6 cm y los ángulos ∠ABD y ∠ACD miden 50° y 90° respectivamente. Calcular el área del romboide



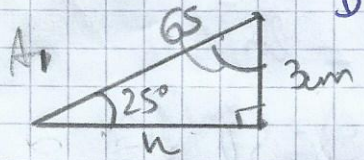


$|AC| = |CD|$

$6^2 cm = l^2 + l^2$

$6 cm^2 = 2 l^2$

$18 cm^2 = l^2$



T. seno

$A_2 = \frac{l^2}{2} = \frac{18 cm^2}{2} = \boxed{9 cm^2 = A_2}$

$\frac{3 cm}{sen(25)} = \frac{h}{sen(65)} \rightarrow h = 3 cm \frac{sen(65°)}{sen(25°)} = \boxed{6,43 cm = h}$

$A_1 = \frac{b.h}{2} = \frac{6 cm . 6,43 cm}{2} = \boxed{19,29 cm^2 = A_1}$

$A_{\diamond} = A_1 + A_2 = 19,29 cm^2 + 9 cm^2$

$\boxed{A_{\diamond} = 28,29 cm^2}$

NOTA

(2) La cantidad $N(t)$ de infectados de cierta enfermedad en una población se expresa por $N(t) = Ae^{bt}$ donde ~~se~~ ~~t~~ se expresa en días.

Al día 0 había 20.000 infectados en la población y al día 1 había 26.000 ¿en qué día habrá 43940 infectados?

$$N(t) = Ae^{bt}$$

$$N(0) = 20000 = Ae^{b0} \rightarrow A = 20.000$$

$$N(t) = 20.000\, e^{bt}$$

$$N(1) = 26000 = 20000\, e^{b} \rightarrow e^{b} = \frac{26000}{20000}$$

$$\boxed{e^{b} = 1{,}3}$$

$$\ln(e^{b}) = \ln(1{,}3)$$

$$b\, \underbrace{\ln(e)}_{1} = \ln(1{,}3)$$

$$b = \ln(1{,}3) \cong 0{,}2624$$

$$N(t) = 20.000\, e^{\ln(1,3)t} = 20.000 \left(e^{\ln(1,3)}\right)^{t} = 20000 \cdot 1{,}3^{t}$$

$$N(t) = 20.000 \cdot 1{,}3^{t}$$

$$N(t_0) = 43.940 = 20.000 \cdot 1{,}3^{t_0}$$

$$\frac{43940}{20.000} = 1{,}3^{t_0} = 2{,}197$$

$$\log(1{,}3^{t_0}) = \log(2{,}197)$$

$$t_0 \log(1{,}3) = \log(2{,}197)$$

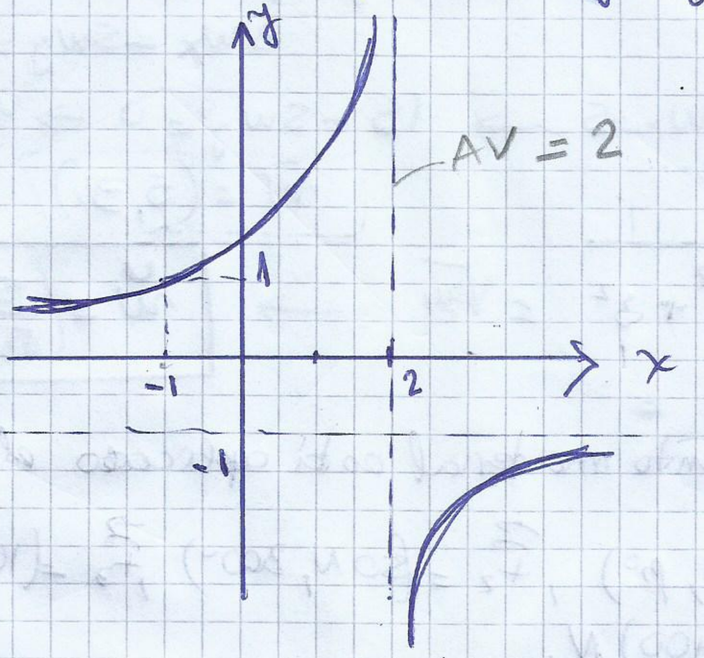
$$t_0 = \frac{\log(2{,}197)}{\log(1{,}3)} = 3$$

$$\boxed{t = 3^{\circ}\text{ día}}$$

NOTA

Seminario Univ. | 2° parcial tema 1 | HOJA N° 2 | FECHA 11-3-24

(3) Sea f la función homográfica cuya gráfica es la sig.



$-1 = AH$

$y = \frac{ax+b}{cx+d}$

$AH = \frac{a}{c}$

$AV = -\frac{d}{c}$

y sea $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $g(x) = \log_3 (x^2+8)$. Calcular $g \circ f^{-1}(5)$

$f(x) = \frac{-x+b}{x-2}$

$f(-1) = -1 = \frac{-(-1)+b}{-1-2} = \frac{1+b}{-3}$

$-3 = 1+b \Rightarrow b = -4$

$\boxed{f(x) = \frac{-x-4}{x-2}}$

$y = \frac{-x-4}{x-2} \longrightarrow (x-2)y = -x-4 \longrightarrow xy - 2y = -x-4$

$xy + x = 2y - 4$

$x(y+1) = 2y-4$

$x = \frac{2y-4}{y+1}$

$f^{-1}(x) = \frac{2x-4}{x+1}$

$f^{-1}(5) = 1 \quad \equiv f(1) = 5$

$g(x) = \log_3 (x^2+8) \rightarrow g \circ f^{-1}(5) = g(f^{-1}(5)) = g(1) = \log_3 (1^2+8) =$

$= \log_3 (9) = 2$

$\boxed{g \circ f^{-1}(5) = 2}$

NOTA

(4) a) Determinar un vector modulo 1 que sea $\perp$ al $\bar{v} = (3,-5)$

$$\bar{w} \perp \bar{v} \rightarrow (w_x, w_y)(3,-5) = 0$$

$$3w_x - 5w_y = 0$$

tomo $w_x = 5 \rightarrow 15 - 5w_y = 0 \rightarrow w_y = 3$

$$\boxed{\bar{w} = (5,3)}$$

$$\|\bar{w}\| = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34} \rightarrow \boxed{\check{w} = \left(\frac{5}{\sqrt{34}}, \frac{3}{\sqrt{34}}\right)}$$

b) Sobre un punto material está aplicado el sistema de fuerzas:

$\bar{F}_1 = (\|\bar{F}_1\|, \beta°)$, $\vec{F}_2 = (50\,N, 300°)$, $\vec{F}_3 = (100N, 90°)$

$\bar{E} = (-50,-100)\,N$.

Determinar analíticamente la fuerza $\bar{F}_1$

$$\vec{R} = -\vec{E} \rightarrow \bar{R} = (50,100)\,N$$

$$\bar{R} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{F}_3$$

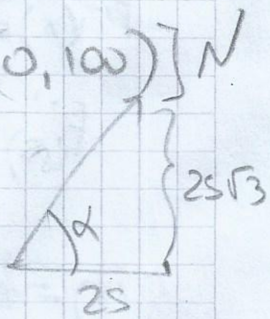
$$\bar{F}_2 = = (50N \cdot \cos(300), 50N \,\text{sen}(300)) = (25, -25\sqrt{3})N$$

$$F_3 = (100N\, \underbrace{\cos(90)°}_{0}, 100N\, \underbrace{\text{sen}(90)}_{1}) = (0, 100N)$$

$$\rightarrow (50,100)N = [(F_{1x}, F_{1y}) + (25,-25\sqrt{3}) + (0,100)]N$$

$$50 = F_{1x} + 25 + 0 \rightarrow \boxed{F_{1x} = 25\,N}$$

$$\cancel{100} = F_{1y} - 25\sqrt{3} + \cancel{100} \rightarrow \boxed{F_{1y} = 25\sqrt{3}\,N}$$



$$\boxed{\bar{F}_1 = (25N, 25\sqrt{3}\,N) = (50\,N, 60°)}$$

NOTA

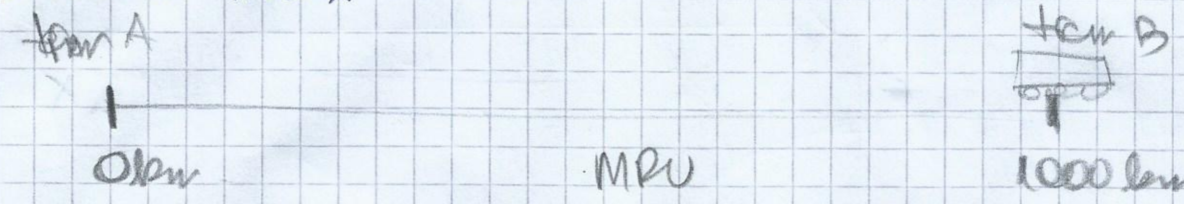
Seminario Univ | 2° parcial - tema 1 | HOJA N° 3 | FECHA 11-3-24

(5) Una vía en línea recta de 1000 km une las ciudades A y B

A una determinada hora un tren sale desde A hacia B con veloc. cte. de 30 km/h

tres horas después de la salida del primer tren sale desde B hacia A un tren con velocidad constante de 100 km/h.

¿A qué distancia de la ciudad A se produce la intersección de ambos trenes?



$$X_{A(t)} = 30\,\frac{km}{h}\cdot t \qquad X_{B(t)} = 1000\,km - 100\,\frac{km}{h}(t-3)$$

$$X_{eA} = X_{eB}$$

$$\hookrightarrow 30\,\cancel{\frac{km}{h}}\cdot t_e = 1000\,\cancel{km} - 100\,\cancel{\frac{km}{h}}\,(t-3)$$

$$30\,t_e = 1000 - 100\,t_e + 300$$

$$130\,t_e = 1300$$

$$\boxed{t_e = 10\,h}$$

$$X_{A(10)} = 30\,\frac{km}{h}\cdot 10\,h = 300\,km$$

$$\boxed{X_e = 300\,km}$$

NOTA